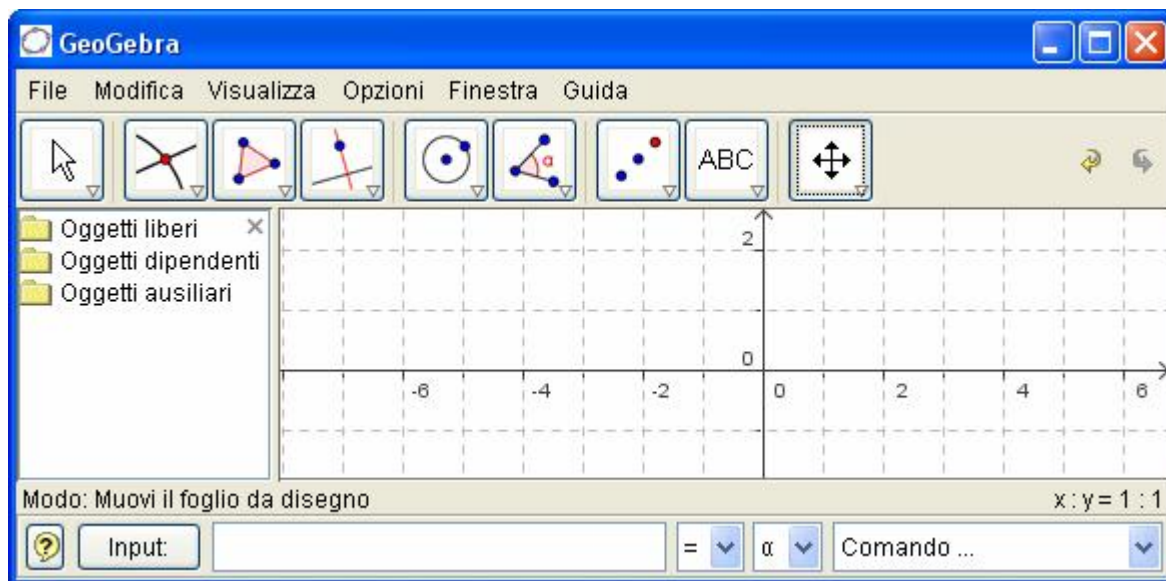


# Geogebra classe 3° Media



A cura del Prof. Sergio Balsimelli

[s.balsimelli@tiscalinet.it](mailto:s.balsimelli@tiscalinet.it)

<http://utenti.lycos.it/sergiobalsi/>

## GEOGEBRA CLASSE 3°Media

Esercizio n°1 area del segmento circolare:

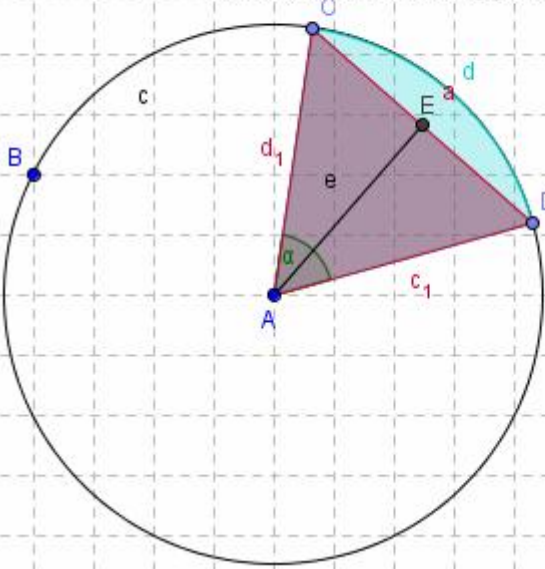
Disegnare la circonferenza di centro A(14,8) e passante per B(3,8) con l c5 Circonferenza di dato centro. Prendere sulla stessa i punti C e D a piacere e con l c5 Settore circolare di dato centro per

L'area del triangolo è = 9.16

L'area del settore è = 11.57

L'area del segmento circolare è = 2.42

La differenza tra raggio ed apotema è = 0.73



due punti, cliccare in A, D e C. Cliccare col tasto destro sul lato AD e scegliere Proprietà Riempiamo a 25, colore a azzurro. Con lo strumento Poligono disegnare il triangolo ADC, cliccare al suo interno col tasto destro e scegliere Proprietà Riempiamo a 50, colore a rosso. Tracciare la perpendicolare a CD condotta da A e trovare l'intersezione E con il lato CD. Tracciare il segmento EA e nascondere la perpendicolare. Misurare l'angolo DAC ( $\alpha$ ). Con lo strumento Testo digitare:  
 "L'area del triangolo è =" + P  
 "L'area del settore è =" + d  
 "L'area del segmento circolare è =" + (d - P)  
 "La differenza tra raggio ed

apotema è =" + (c\_1 - e)

Spostare il punto D verso C e vedere cosa accade.

Esercizio n°2 cerchio-poligoni inscritti:

Disegno decagono:

Disegnare un segmento AB verticale di 8 quadretti e individuare il suo punto medio C, poi prendere il punto D nel mezzo tra A e C. Disegnare le circonferenze di centro C e raggio AC e centro D e raggio AD con l c5 Circonferenza di dato centro. Trovare la perpendicolare ad AB passante per C e individuare le intersezioni E ed F; tracciare il segmento ED e trovare l'intersezione G con la circonferenza piccola. Tracciare la circonferenza di centro E e passante per G individuando le intersezioni h ed I con la circonferenza grande. Tracciare il segmento EG (g) poi puntando in H con l c5 Circonferenza dati centro e raggio inserire nella finestra il valore g individuando l'intersezione J con la circonferenza grande. Con lo stesso metodo, puntando in j, con raggio g trovare il punto K e procedere allo stesso modo fino a "girare" tutta la circonferenza grande (punti L, F, M, N, O, I). Disegnare il decagono EHJKLFMNOI E, nascondere le circonferenze ed i segmenti ED ed EG.

Disegno ottagonno:

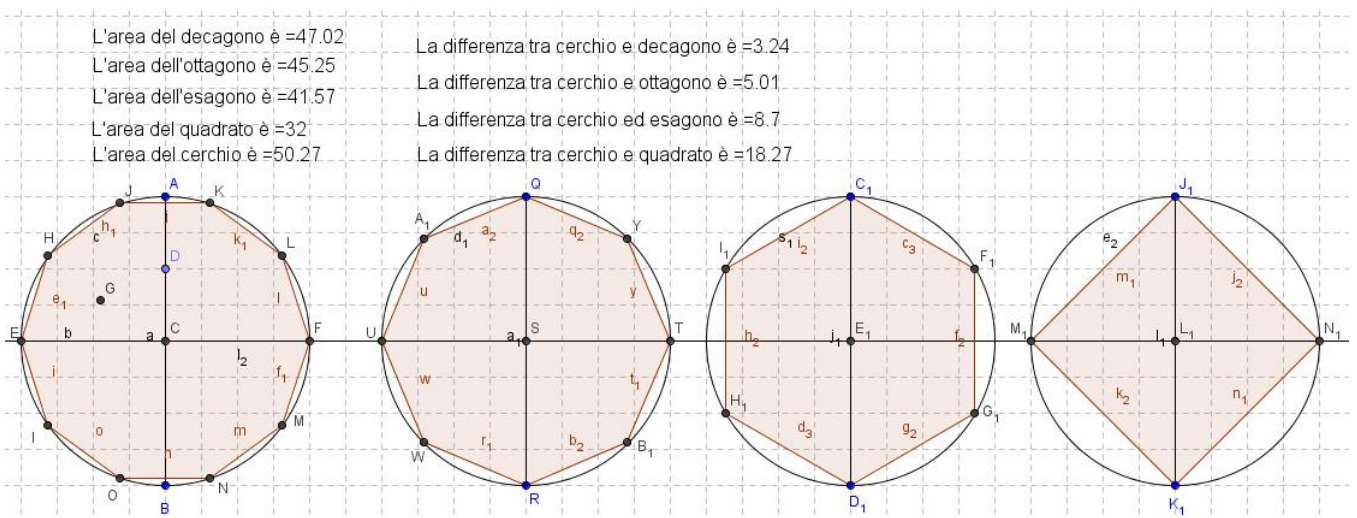
Disegnare un segmento QR verticale di 8 quadretti e trovare l'intersezione S con la perpendicolare a QR. Tracciare la circonferenza di centro S e passante per Q trovando le intersezioni T ed U con la perpendicolare a QR. Disegnare le circonferenze di centro Q e raggio QT, centro T e raggio TQ individuando l'intersezione V tra di esse (esterna alla prima circonferenza). Tracciare la semiretta VS individuando i punti W e Y di intersezione con la prima circonferenza. Disegnare la circonferenza di centro U e raggio UQ, individuando il punto Z. Tracciare la semiretta ZS e individuare le intersezioni A<sub>1</sub> e B<sub>1</sub> con la prima circonferenza. Tracciare l'ottagono UA<sub>1</sub>QYTB<sub>1</sub> RWU, nascondere le circonferenze, le semirette ed i punti Z e V.

Disegno esagono:

Disegnare il segmento  $C_1D_1$  verticale di 8 quadretti e individuare l'intersezione  $E_1$  con la perpendicolare passante per il suo punto medio. Tracciare la circonferenza di centro  $E_1$  e raggio  $C_1E_1$  e le circonferenze di centro  $C_1$  e raggio  $C_1E_1$  e centro  $D_1$  e raggio  $D_1E_1$  individuando le intersezioni  $F_1, G_1, H_1$  e  $I_1$  con la prima circonferenza. Disegnare l'esagono  $C_1F_1G_1D_1H_1I_1$  e nascondere le circonferenze.

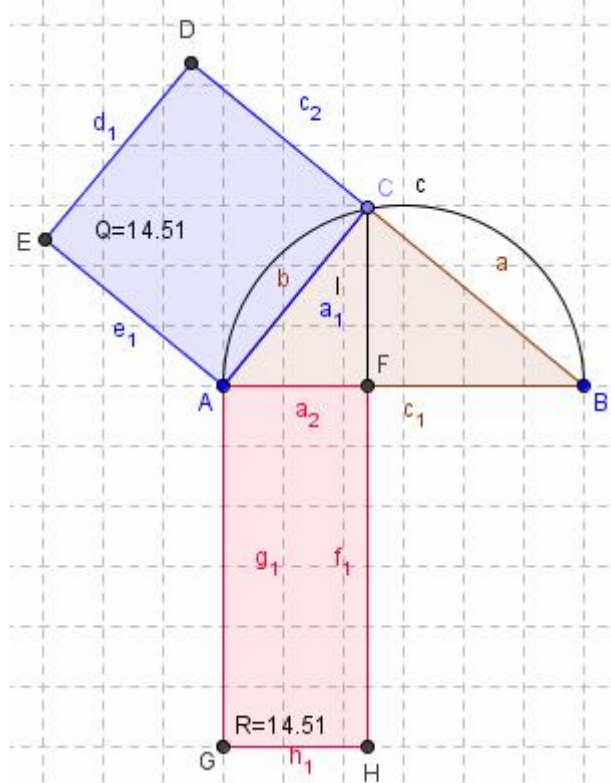
Disegno quadrato:

Disegnare il segmento verticale  $J_1K_1$  di 8 quadretti e individuare l'intersezione  $L_1$  con la retta perpendicolare a  $J_1K_1$ . Disegnare la circonferenza di centro  $L_1$  e raggio  $L_1J_1$  individuando le intersezioni  $M_1$  ed  $N_1$  con la retta perpendicolare. Disegnare il quadrato  $JN_1K_1M_1$ . Ripassare il segmento  $CF$  ( $I_2$ ) e con lo strumento Testo calcolare l'area dei poligoni  $P, P_1, Q_1$  ed  $R_1$  e del cerchio ( $\pi \cdot i_2^2$ ). Calcolare infine la differenza tra l'area del cerchio e quella di ciascun poligono. Cosa si nota all'aumentare del numero dei lati. In quale caso l'area del poligono diventerà uguale a quella del cerchio?

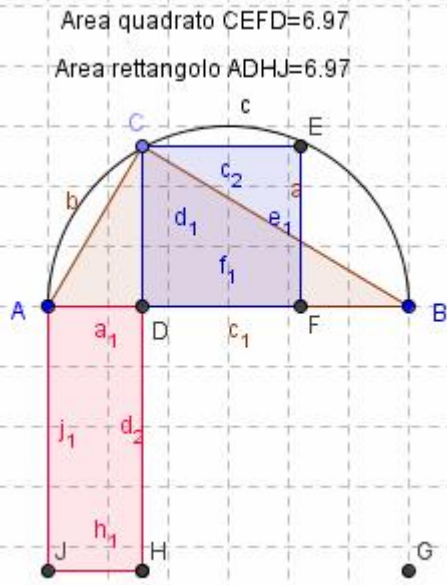


Esercizio n°3 Primo teorema di Euclide:

Con lo strumento I c5 semicirconfenza per due punti, disegnare una semicirconfenza ed unire i punti A e B con un segmento. Individuare sulla semicirconfenza un punto C e tracciare il triangolo ABC (rettangolo perché inscritto in una semicirconfenza). Tracciare le perpendicolari al segmento AC per A e per C poi prendere Circonfenza di dato centro e disegnare le circonferenze di centro A e raggio AC e centro C e raggio CA, individuando le intersezioni D ed E con le rette precedenti. Tracciare il quadrato ACDE e colorarlo con colore diverso dal triangolo. Nascondere le due circonferenze. Tracciare la perpendicolare al segmento AB condotta da C individuando l'intersezione F e la perpendicolare ad AB condotta da A. Disegnare la circonferenza di centro A e raggio e AB individuando l'intersezione G tra circonferenza e perpendicolare ad AB per A. Da G tracciare la perpendicolare alla retta passante per G e per CF. Disegnare il rettangolo AFHG e colorarlo diversamente dagli altri. Tracciare il segmento CF e nascondere rette e circonferenze. Digitare con lo strumento Testo "Q =" +Q e "R =" +R riportando i valori ottenuti dentro alle rispettive figure, poi cliccando su questi valori col tasto destro scegliere proprietàà Punto inizialeà legarlo ad una delle lettere di un vertice. Nascondere tutte le rette e le circonferenze e provare quindi a spostare il punto C.



Esercizio n°4 Secondo teorema di Euclide:



Con lo strumento I c5 semicirconfenza per due punti, disegnare una semicirconfenza passante per A e per B. Individuare sulla semicirconfenza un punto C e tracciare il triangolo ABC. Disegnare la perpendicolare al segmento AB passante per C individuando il punto d'incontro D. Tracciare la perpendicolare per C al segmento CD e la parallela a quest'ultima per B. Disegnare la circonferenza di centro C e raggio D e la circonferenza di centro D e raggio C individuando le intersezioni F ed E con le due rette disegnate. Disegnare il quadrato CEFD colorandolo di blu (poligono Q) e nascondere le circonferenze. Tracciare la perpendicolare da B ad AB e disegnare le circonferenze di centro B e raggio BD e di centro D e raggio DB individuando le intersezioni G ed H. Dal punto A tracciare la perpendicolare ad AB, e la retta GH e individuare l'intersezione J con la retta precedente (perpendicolare per A ad AB). Tracciare il rettangolo ADHJ e colorarlo in modo diverso. Nascondere circonferenze e rette, quindi digitare con lo strumento Testo "Area quadrato Q =" +Q e "Area rettangolo S =" +S. Come sono le due aree? Cosa accade spostando il punto C?

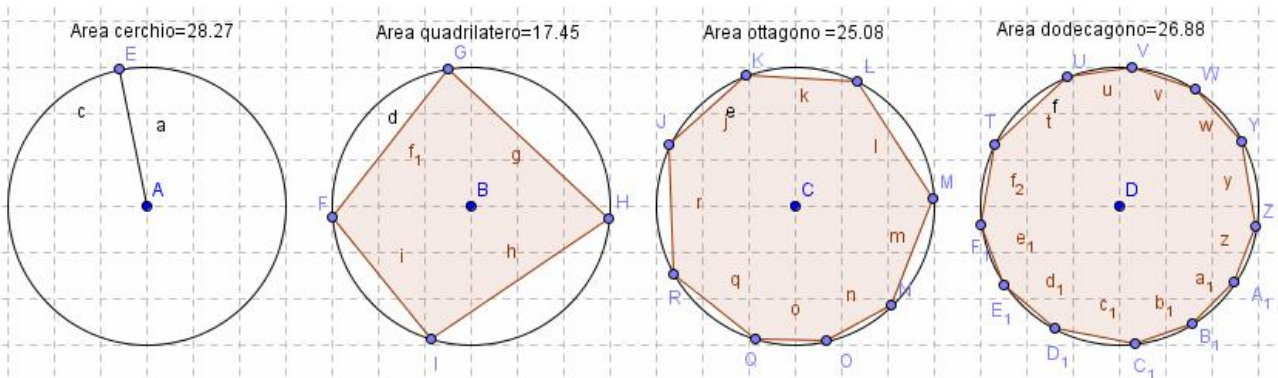
Tracciare il rettangolo ADHJ e colorarlo in modo diverso. Nascondere circonferenze e rette, quindi digitare con lo strumento Testo "Area quadrato Q =" +Q e "Area rettangolo S =" +S. Come sono le due aree? Cosa accade spostando il punto C?

Esercizio n°5 Cerchio e circonferenza:

Disegnare con lo strumento I c5 Circonferenza di dato centro e raggio una circonferenza con centro in A(5,5) e raggio 3. Prendere sulla circonferenza un punto qualsiasi B e tracciare il segmento AB. Calcolare con lo strumento Testo l'area e la misura della circonferenza ( $Area = \pi * r^2$  Circonferenza  $= 2 * \pi * r$ ).

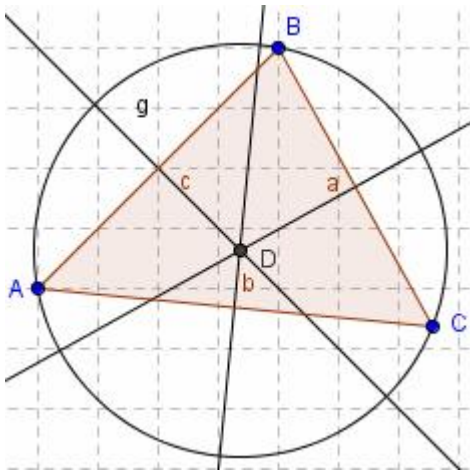
Esercizio n°6 Poligoni inscritti:

Disegnare con lo strumento I c5 Circonferenza di dato centro e raggio una circonferenza con centro in A(4,4) e raggio 3 e calcolare la sua area (come fatto nell'esercizio precedente). disegnare altre 3 circonferenze uguali con centro in B(11,4) C(18,4) D(25,4) e disegnare nella prima un quadrilatero inscritto (strumento Poligono) nella seconda un ottagono inscritto e nella terza un dodecagono. Calcolare l'area di ciascun poligono con lo strumento Testo digitando "L'area del quadrilatero è =" +P N.B Per determinare l'area del dodecagono, indicato come P<sub>1</sub> nella formula si deve digitare +P\_1.



Cosa si osserva all'aumentare del numero dei lati? Disegnare una circonferenza di centro (10,10) e raggio 6 e calcolare la sua area. Fare una circonferenza uguale con centro (25,6) e raggio 6 e inscriverci un poligono con il maggior numero possibile di lati, calcolando la sua area. Cosa si osserva? Come possiamo definire la circonferenza?

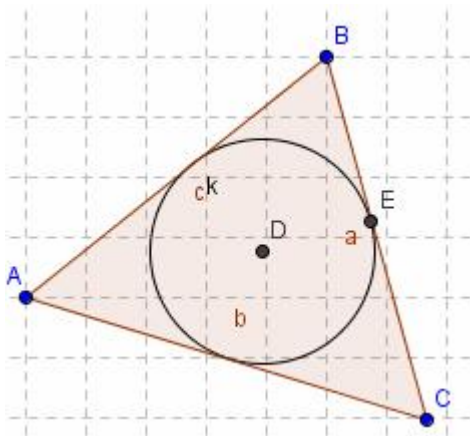
Esercizio n° 7 Circocentro (incontro degli assi):



Disegnare con lo strumento Poligono un triangolo scaleno e con l c4 Asse di un segmento, disegnare l'asse di ciascun lato determinando il loro punto d'incontro D. Disegnare con l c5 Circonferenza di dato centro la circonferenza di centro D e raggio DA. Cosa accade spostando uno dei vertici del triangolo? Con lo strumento Testo digitare: il punto d'incontro degli assi di un triangolo si chiama Circocentro. Esso rappresenta il centro della circonferenza circoscritta al triangolo.

Esercizio n° 8 Incentro (incontro delle bisettrici):

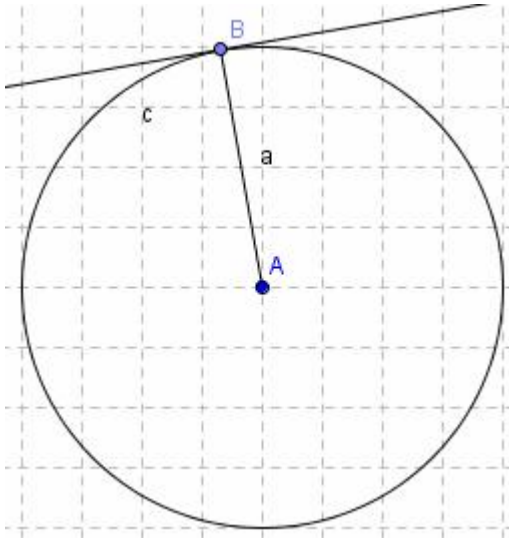
Disegnare con lo strumento Poligono un triangolo scaleno e con l c4 Bisettrice, cliccare



successivamente in BA ed AC, AC e BC, BC e BA determinando l'intersezione D. Da tale punto condurre la perpendicolare ad un lato e determinare il punto d'incontro E. Tracciare con l c5 Circonferenza di dato centro la circonferenza di centro D e raggio DE. Nascondere tutte le rette e provare a spostare uno dei vertici del triangolo. Cosa accade? Con lo strumento Testo digitare: il punto d'incontro delle bisettrici di un triangolo si chiama Incentro. Esso rappresenta il centro della circonferenza inscritta nel triangolo.

Esercizio n° 9 Tangente alla circonferenza in un suo punto:

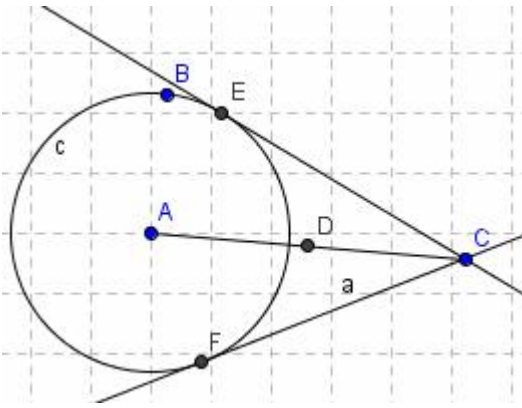
Con lo strumento l c5 Circonferenza dati centro e raggio, disegnare una circonferenza di centro A e raggio 3, individuando sulla stessa un punto B. Tracciare la



retta passante per A e per B e la perpendicolare ad essa per B. Nascondere la prima retta e disegnare il segmento AB. Cosa accade spostando il punto B? Come rimangono il raggio e la retta tangente? Selezionare B e muoverlo da tastiera.

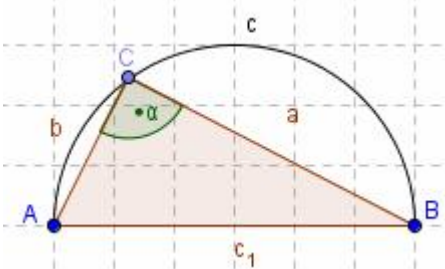
Esercizio n° 10 Tangente alla circonferenza condotta da un punto esterno:

Con lo strumento I c5 Circonferenza di dato centro, disegnare una circonferenza a piacere, di centro A e passante per B. Prendere un punto C esterno alla circonferenza e disegnare il segmento AC, individuando poi il suo punto medio D. Disegnare con lo strumento I c5 Circonferenza di dato centro, la circonferenza di centro D e raggio AD, individuando le intersezioni E ed F con la prima circonferenza. Tracciare le rette CE e CF e nascondere l'ultima circonferenza disegnata. Muovere il punto C ed osservare cosa accade.



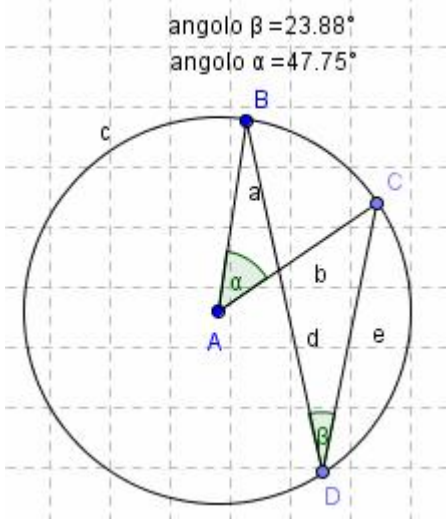
Esercizio n° 11 Triangolo inscritto in una semicirconferenza:

Prendere i punti A(2,2) e B(8,2) con I c5 Semicirconferenza per due punti, tracciare la semicirconferenza di diametro AB, poi tracciare il triangolo ABC prendendo lo strumento Poligono ed un punto C a piacere sulla semicirconferenza. Misurare l'angolo in C (I c6 Angolo) cliccando prima in b, poi in a. Con lo strumento Testo misurare l'angolo  $\alpha$  poi provare ora a spostare il punto C con lo strumento Muovi, cosa accade all'angolo? Fare la stessa operazione dopo aver impostato l'incremento del punto C a 0,01 e muovendolo da tastiera.



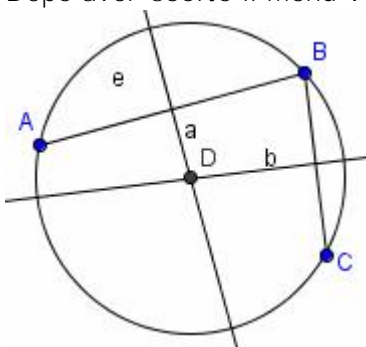
Esercizio n° 12 Angoli al centro ed alla circonferenza:

Disegnare con lo strumento I c5 Circonferenza di dato centro una circonferenza grande a piacere e individuare sulla stessa i punti C e D. Tracciare i segmenti AB ed AC e misurare l'angolo in A cliccando prima sul segmento b e poi su a. Tracciare i segmenti DB e DC e misurare l'angolo in D cliccando prima sul segmento e poi su d. Con lo strumento Testo misurare gli angoli  $\alpha$  e  $\beta$ . Provare a spostare i punti B o C e vedere cosa accade agli angoli. Quale relazione li lega? Digitare con lo strumento Testo: Un angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro.

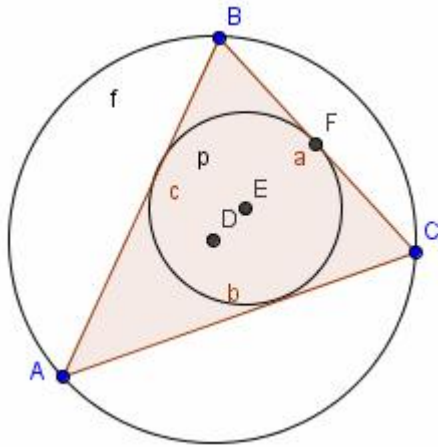


Esercizio n° 13 Circonferenza passante per tre punti:

Dopo aver scelto il menu Visualizza, deselegionare Griglia e prendere sul foglio di lavoro 3 punti A, B e C non allineati e unire con un segmento A con B e B con C. Con I c4 Asse di un segmento tracciare gli assi dei segmenti AB e BC individuando il loro punto di intersezione D. Con lo strumento Circonferenza di dato centro, tracciare la circonferenza di centro D passante per A. Provare a spostare i punti A, B e C. Cosa accade? Come si chiama il punto D?



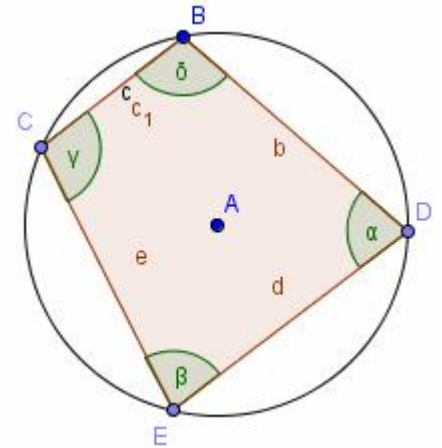
Esercizio n° 14 Circonferenza inscritta e circoscritta ad un triangolo:



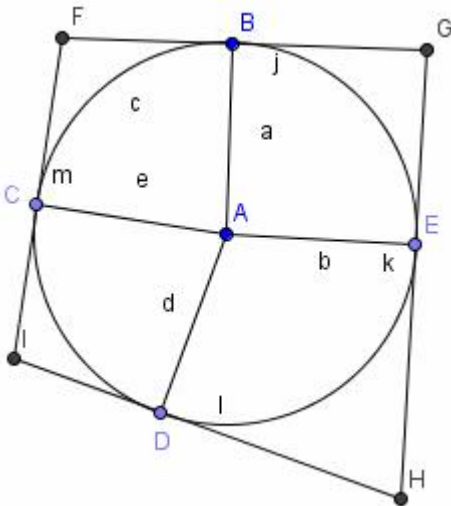
Disegnare un triangolo ABC a piacere e tracciare gli assi dei lati AB e BC (I c4 Asse di un segmento) trovando il loro punto di intersezione D. Con I c5 Circonferenza di dato centro, tracciare la circonferenza di centro D e passante per A. Nascondere i due assi. Con I c4 Bisettrice, determinare la bisettrice degli angoli in A e in B (cliccare sul segmento c e poi su b) e dell'angolo in B (cliccare sul segmento c e poi su a) individuando la loro intersezione E. Da questo punto tracciare la retta perpendicolare ad un lato individuando l'intersezione F. Tracciare la circonferenza di centro E e passante per F e nascondere le bisettrici. Provare a spostare uno dei punti A, B o C. Cosa accade alle due circonferenze?

Esercizio n° 15 Quadrilatero inscritto in una circonferenza:

Dopo aver disegnato una circonferenza a piacere, inscrivere nella stessa un quadrilatero generico. Misurare quindi tutti i suoi angoli cliccando (I c6 Angolo) sui segmenti b e d, d ed e, e e c, c e b. Con lo strumento Testo digitare "La somma degli angoli  $\beta + \phi =$ "  $+(\beta + \phi)$  e "La somma degli angoli  $\alpha + v =$ "  $+(\alpha + v)$ . Cosa si osserva?



Esercizio n° 16 Quadrilatero circoscritto ad una circonferenza:



Disegnare una circonferenza a piacere e individuare sulla stessa i punti C, D ed E. Tracciare i raggi AE, AB, AC ed AD e le perpendicolari a ciascun raggio passanti per i punti B, C, D ed E. Individuare le intersezioni F, G, H ed I delle rette e tracciare i segmenti FG, GH, HI e IF. Con lo strumento Testo calcolare la somma dei lati opposti. Cosa si può dedurre? Provare a spostare uno dei punti B, C, D od E sulla circonferenza e osservate cosa accade alla somma dei lati opposti del poligono circoscritto.



## Geometria analitica con Geogebra:

Coefficiente angolare e ordinata all'origine:

Esercizio n° 17 Inserire nella riga di input i seguenti dati:

$a=1$

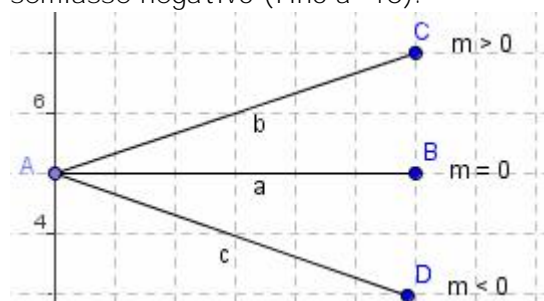
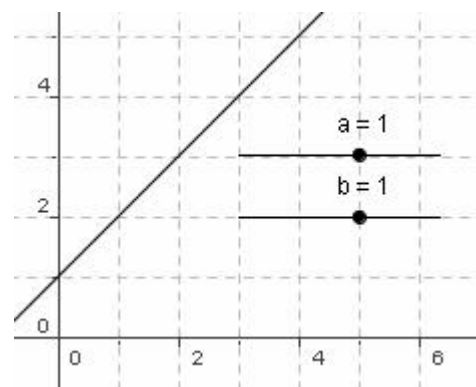
$b=1$

$a \cdot x + b$

Si ottiene la funzione che ha per rappresentazione grafica la retta  $y=x+1$ . Tale retta taglia l'asse delle  $y$  nel punto  $+1$  (ordinata all'origine). Proviamo a cambiare tale valore realizzando uno slider :

clickare in  $b=1$ , nella Finestra Algebra, col tasto destro e scegliere Mostra oggetto. Clickare col tasto destro sullo slider e scegliere Proprietà inserendo i valori  $-10$  e  $10$  in Intervallo e  $1$  in Incremento. Possiamo osservare che quando  $b$  aumenta, la retta taglia l'asse  $y$  nel punto corrispondente al valore sullo slider, nel semiasse positivo delle  $y$ . Quando invece  $b$  diminuisce e arriva a  $0$ , la retta passa per l'origine degli assi, mentre quando i valori diventano negativi, viene tagliato l'asse  $y$  nel suo semiasse negativo (fino a  $-10$ ).

Input:  $a=1$



Vediamo ora il significato del termine  $a$  (coefficiente angolare):

clickare in  $a=1$ , nella Finestra Algebra, col tasto destro e scegliere Mostra oggetto. Clickare col tasto destro sullo slider e scegliere Proprietà inserendo i valori  $-10$  e  $10$  in Intervallo e  $1$  in Incremento.

Aumentando il valore della  $a$  (con  $b = 0$ ) si può osservare come la retta diventa sempre più "ripida" avvicinandosi

all'asse delle  $y$ . Tornando verso valori più bassi, quando  $a = 0$ , la retta si sovrappone all'asse delle  $x$ , mentre se i valori diventano negativi, la retta cambia la sua inclinazione.

Dando alla  $a$  valore  $1$  e alla  $b$  valore  $0$  la retta passa per l'origine e divide il primo e terzo quadrante in due parti uguali (bisettrice del  $1^\circ$  e  $3^\circ$  quadrante). Dando alla  $a$  valore  $-1$ , si ottiene la bisettrice del  $2^\circ$  e  $4^\circ$  quadrante.

Nella riga di input digitare  $k = 1$  e poi  $y = k$ . Con  $k=1$  realizzare uno slider (Intervallo da  $-10$  a  $10$ , Incremento  $1$ ).

Nella riga di input digitare

$m=1$

$q=1$

retta :  $y = m \cdot x + q$

$Q$  = Intersezione [retta, asseY]

$A$  = Pendenza [retta]

Con  $m=1$  realizzare uno slider (Intervallo da  $-20$  a  $20$ ) così come con  $q=1$  (Intervallo da  $-10$  a  $10$ )

Esercizio n° 18 Inserire nella riga di input:

$2x$  e dare invio

$3x$  e dare invio

$-4x$  e dare invio

$-6x$  e dare invio

Quale rappresentazione grafica si ottiene?

Rappresentazione grafica di rette:

Esercizio n° 19: Inserire nella riga di input:

$$3x+1$$

$$5x-2$$

$$-4x+3$$

$$-2x+6$$

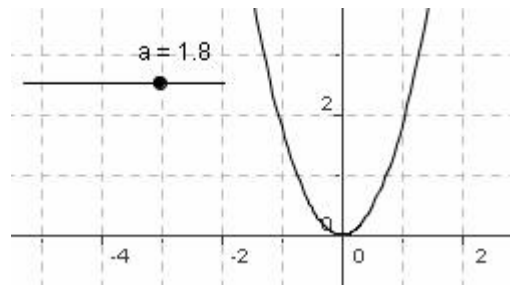
Rappresentazione grafica della parabola:

Esercizio n° 20 Inserire nella riga di input:

$a=1$  e dare l'invio

$y=a*x^2$  e dare l'invio

Realizzare con il valore  $a$  uno slider (l'intervallo da -10 a 10 l'incremento 1). Aumentando il valore di  $a$  la parabola si avvicina all'asse delle  $y$ , quando  $a=0$  si ottiene la retta  $y=0$  (asse delle  $x$ ) mentre con  $a < 0$  la parabola cambia concavità (guarda verso il basso) e si sposta nel 3° e 4° quadrante.



Esercizio n° 21 Inserire nella riga di input:

$a=1$  e dare l'invio

$b=1$  e dare l'invio

$y=a*x^2 + b*x$  e dare l'invio

Realizzare i due slider (l'intervallo da -10 a 10 l'incremento 1) e cambiare i valori degli stessi. Se  $a=1$  e  $b=0$  la parabola ha il vertice nell'origine degli assi. Restando fisso il valore di  $a$ , quando  $b$  aumenta la parabola sposta il vertice nel 3° quadrante, quando  $b$  diventa negativo il vertice si sposta nel 4° quadrante.

Esercizio n° 22 Inserire nella riga di input:

$a=1$  e dare l'invio

$c=1$  e dare l'invio

$y=a*x^2 + c$  e dare l'invio

Realizzare due slider (l'intervallo da -10 a 10 l'incremento 1)

Con  $a=0$  e  $c=1$  si ha la retta  $y=1$ . Con  $a$  crescente si ottengono parabole con vertice sull'asse  $y$  che si avvicinano allo stesso asse.

Con  $a$  che assume valori negativi, cambia la concavità. Tenendo fisso il valore di  $a$  (ad esempio  $a=-2$ ) se  $c$  assume valori positivi, il vertice sale sull'asse  $y$ , altrimenti scende sullo stesso asse.

Esercizio n° 23 Inserire nella riga di input:

$a=1$  e dare l'invio

$b=1$  e dare l'invio

$c=1$  e dare l'invio

$y=a*x^2 + b*x + c$  e dare l'invio

Realizzare tre slider (l'intervallo da -10 a 10 l'incremento 1). Provare a cambiare il valore degli stessi e osservare cosa accade.

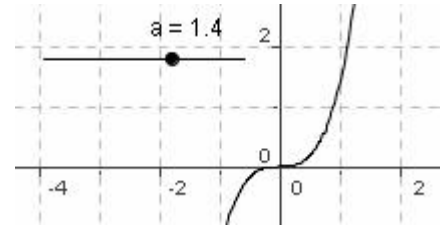
Rappresentazione grafica della Parabola cubica:

Esercizio n° 24 Inserire nella riga di input:

$a=1$  e dare l'invio

$$f(x)=a \cdot x^3$$

Realizzare uno slider (l'intervallo da -10 a 10 l'incremento 1); dando alla  $a$  valori positivi crescenti la parabola si avvicina all'asse delle  $y$ , quando  $a = 0$  si ottiene la retta  $x = 0$ , quando la  $a$  assume valori negativi il disegno della si sposta nel 2° e 4° quadrante.



Rappresentazione grafica dell'iperbole:

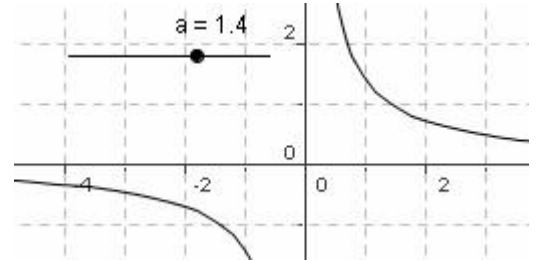
Esercizio n° 25 Inserire nella riga di input:

$a=1$  e dare l'invio

$$x \cdot y = a$$

Realizzare uno slider (l'intervallo da -10 a 10 l'incremento 1)

Se  $a > 0$  l'iperbole si posiziona nel 1° e 3° quadrante, se  $a < 0$  l'iperbole si dispone nel 2° e 4° quadrante.



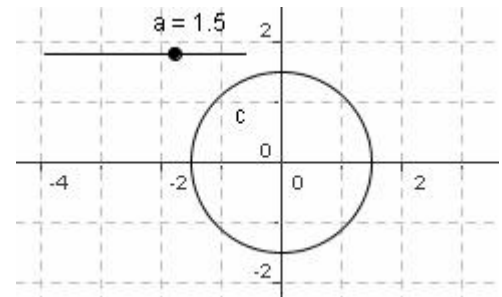
Rappresentazione grafica della circonferenza:

Esercizio n° 26 Inserire nella riga di input:

$a=1$

$$x^2 + y^2 = a^2$$

Realizzare uno slider (l'intervallo da 1 a 10 l'incremento 1). Aumentando il valore della  $a$  le circonferenze, con centro nell'origine, aumentano di raggio.



Intersezione tra retta e parabola:

Esercizio n° 27 Inserire nella riga di input:

$2x+1$  e dare l'invio

$x^2-3x+5$  e dare l'invio

Determinare i punti di intersezione usando lo strumento apposito. Nella Finestra Algebra compaiono le coordinate dei due punti d'incontro  $A(1;3)$   $B(4;9)$

Uso delle funzioni e degli slider:

Premessa:

L'equazione  $ax+by+c=0$  si dice lineare in  $x$  ed  $y$ . Ogni coppia  $(x_0; y_0)$  tale che  $a x_0 + b y_0 + c = 0$  si dice soluzione dell'equazione. Consideriamo ad esempio:  $x - y + 1 = 0$ . Per ottenere le soluzioni (infinite) basta assegnare alla  $x$  un valore e trovare il corrispondente della  $y$ .

$$y = x + 1$$

x	y
0	1
1	2
2	3

Tali soluzioni possono essere considerate coordinate di punti del piano e di conseguenza avere una rappresentazione grafica (come già visto). Nel caso dell'equazione lineare  $ax + by + c = 0$  la

rappresentazione grafica è una retta. Possiamo generalizzare introducendo una variabile (t) e nell'esempio considerato in precedenza ( $y = x + 1$ ), avremo:

x	y
0	1
1	2
2	3
t	t+1

Esercizio n° 28 Digitare nella riga di input t=1 e dare l'invio. Digitare quindi C= (t, 3t+2) che è la rappresentazione grafica della retta  $y = 3x + 2$ . Creare con t=1 uno slider regolando l'intervallo tra -10 e 10 e l'incremento di 0,1. Cliccare col tasto destro sul punto C e selezionare Traccia on. Muovere lo slider e osservare il disegno dei punti che formano la retta.

Esercizio n° 29 Digitare nella riga di input t=1 e dare l'invio. Digitare quindi C= (t, t<sup>2</sup>-3t). Creare con t=1 uno slider regolando l'intervallo tra -10 e 10 e l'incremento a 0,1. Cliccare col tasto destro sul punto C e selezionare Traccia on. Muovere lo slider e osservare la rappresentazione per punti della parabola.

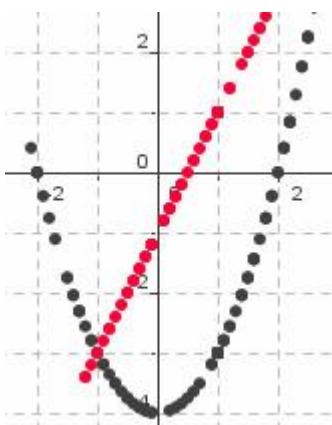
Esercizio n° 30 Rappresentare graficamente, usando la tecnica precedente, le seguenti funzioni:  
 $y = x^2 - 5x + 6$        $y = x^2 - 8x$        $y = x^2 - 16$

Esercizio n° 31 Digitare nella riga di input t=1 e dare l'invio. Digitare quindi C= (t, t<sup>3</sup>-1). Creare con t=1 uno slider regolando l'intervallo tra -10 e 10 e l'incremento a 0,1. Cliccare col tasto destro sul punto C e selezionare Traccia on. Muovere lo slider e osservare la rappresentazione per punti della parabola cubica.

Esercizio n° 32 Digitare nella riga di input t=1 e dare l'invio. Digitare quindi C= (t, 24/t). Creare con t=1 uno slider regolando l'intervallo tra -10 e 10 e l'incremento a 0,1. Cliccare col tasto destro sul punto C e selezionare Traccia on. Muovere lo slider e osservare come viene rappresentata per punti l'iperbole.

Esercizio n° 33 Uso di due funzioni e due slider ( $y=x^2-4$  e  $y= x-1$ )

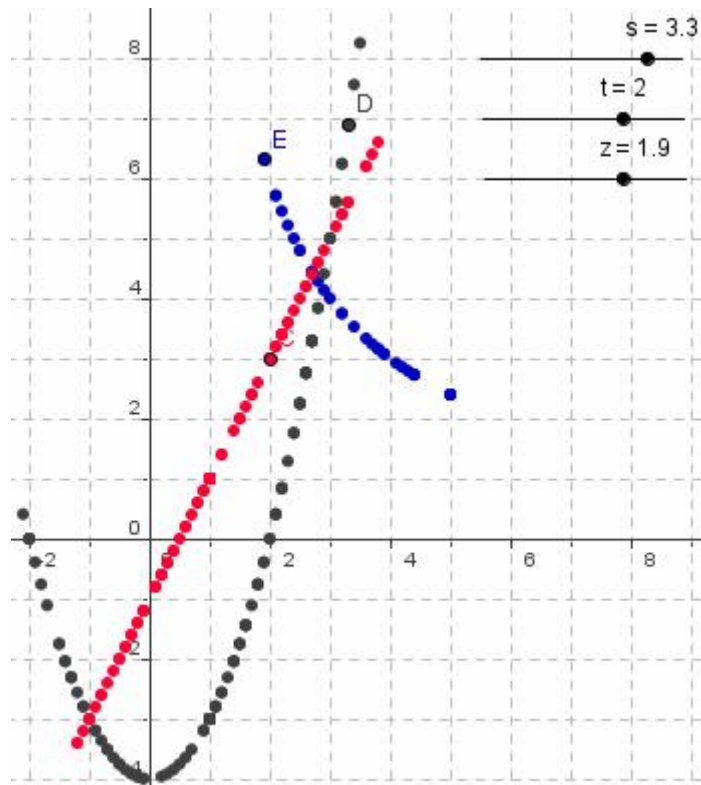
Digitare nella riga di input t=1 e dare l'invio. Digitare quindi C= (t, t<sup>2</sup>-4). Creare con t=1 uno slider regolando l'intervallo tra -10 e 10 e l'incremento di 0,1. Cliccare col tasto destro sul punto C e selezionare Traccia on. Digitare nella riga di input s=1 e poi D=(s, s-1) e creare con s uno slider con le caratteristiche precedenti. Cliccare col tasto destro sul punto D e selezionare Traccia on, cambiando inoltre il colore della retta. Muovere l'uno e l'altro slider e osservare cosa si ottiene (intersezioni tra retta e parabola).



Esercizio n° 34 Utilizzare 2 funzioni a piacere (retta- parabola cubica, parabola-iperbole, retta-iperbole) e disegnare le due curve usando due slider.

Esercizio n° 35 Uso di tre funzioni e tre slider ( $y=2x+3$      $y=x^2-4$  e     $y= 12/x$ )

Ripetere quanto visto in precedenza. Da notare che nella riga di input vanno inseriti i seguenti valori: t=1 e C=(t,2t-1) s=1 e D=(s, s<sup>2</sup>-4) z=1 ed E=(z,12/z)

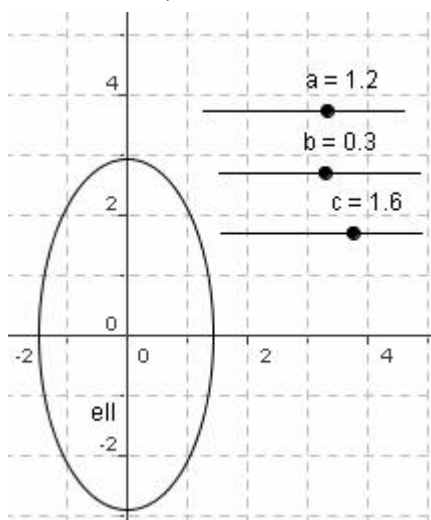


Funzioni complesse:

Esercizio n° 36 (ellisse):

Nella riga di input digitare a=1 e dare l'invio, b=1 e dare l'invio, c=1 e dare l'invio.

Insostituire quindi la scritta ell:  $a \cdot x^2 + b \cdot y^2 = c$ . Realizzare con a, b e c gli slider (incremento di 0,1 con l'intervallo da -10 a 10) e provare a cambiare i loro valori.



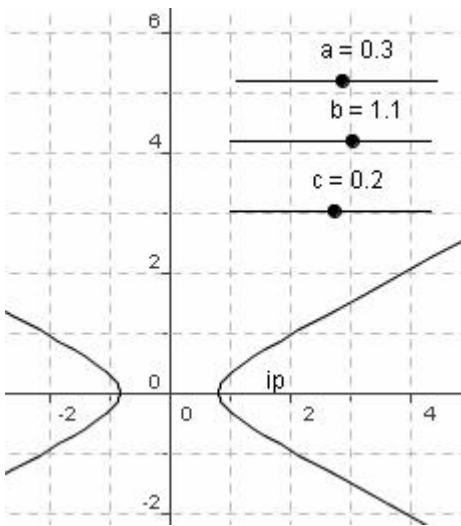
Esercizio n° 37 (circonferenza):

Nella riga di input digitare a=1 e dare l'invio quindi insostituire la scritta Cir:  $x^2 + y^2 = a^2$ . Realizzare con a uno slider (incremento di 0,1 con l'intervallo da 1 a 15) e provare a cambiare questo valore.

Esercizio n° 38 (iperbole):

Nella riga di input digitare a=1 e dare l'invio, b=1 e dare l'invio, c=1 e dare l'invio.

Insostituire quindi la scritta ip:  $a \cdot x^2 - b \cdot y^2 = c$ . Realizzare con a, b e c gli slider (incremento di 0,1 con l'intervallo da -10 a 10) e provare a cambiare i loro valori.



Esercizio n° 39 costruzioni particolari

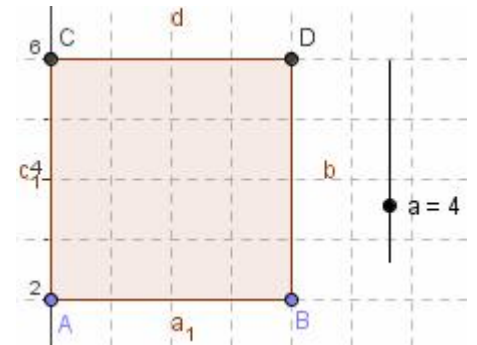
Inserire nella linea di Input  $a=12$  e dare l'invio. Creare uno slider verticale (dalle proprietà) con intervallo da 1 a 12 ed incremento di 1. Inserire quindi in (0,2) il punto A e disegnare la circonferenza di centro in A e raggio a (digitare tale valore nella finestra che si apre). Prendere il punto B (12,2) e digitare nella linea di Input:

$D = \text{Ruota}[B, 90^\circ, A]$

$C = \text{Ruota}[A, 90^\circ, D]$

Disegnare il quadrato ABCD e nascondere la circonferenza. Con lo strumento Testo scrivere "Area del quadrato =" +P.

Agire sullo slider ed osservare il cambiamento dell'area del quadrato.



### Figure ottenute usando la riga di Input

Esercizio n° 40 Disegno di un punto:

Inserire nella riga di Input

$A=(2,3)$

Ripetere inserendo i Punti B (-2,-4) C (-6,5) D (9,-4)

Esercizio n° 41 Disegno di un segmento:

Inserire nella riga di Input

$A=(1,3)$

$B=(4,7)$

$a = \text{segmento}[A,B]$

"Lunghezza AB =" +a

Ripetere inserendo le seguenti coppie di punti e calcolando per ciascuna la lunghezza del segmento che si forma: A(-2,3) B(4,-5) A(3,3) B(6,-2) A(-3,-3) B(3,-7) A(-5,-6) B(2,4)

Esercizio n° 42 Disegno di triangoli e quadrilateri:

Inserire nella riga di Input

$A=(1,1)$   $B=(6,3)$   $C=(3,6)$

$a = \text{segmento}[A,B]$

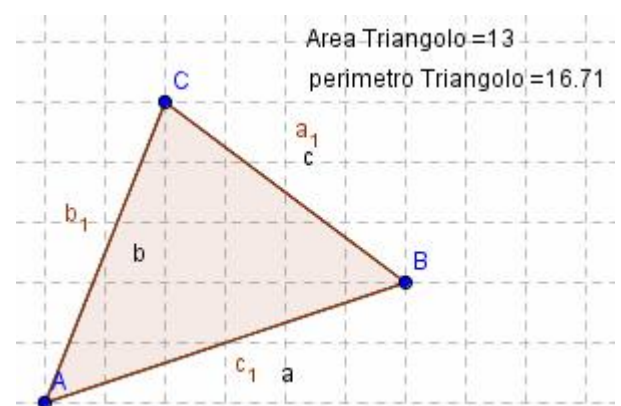
$b = \text{segmento}[A,C]$

$c = \text{segmento}[B,C]$

$P = \text{Poligono}[A,B,C]$

"Area triangolo =" +P

"Perimetro triangolo =" +(a+b+c)



Ripetere realizzando le seguenti figure, di cui si richiede Area e Perimetro, dopo aver fatto il disegno su carta quadrettata per determinare le coordinate dei vertici delle figure stesse:

Triangolo rettangolo, Triangolo isoscele, Triangolo scaleno

Quadrato, Rettangolo, Parallelogrammo, Rombo

Trapezio rettangolo, Trapezio isoscele, Trapezio scaleno

Esercizio n° 43 Inserire nella riga di Input

$A = (1,2)$

$B = (8,4)$

$C = \text{Circonferenza } [A,B]$

$r = \text{segmento } [A,B]$

"Lunghezza del raggio =" +r

(dove A è il centro della circonferenza, B un punto dal quale passa)

Ripetere disegnando circonferenze di centro A e passanti per B:

$A(1,3)$   $B(5,6)$   $A(-1,-3)$   $B(2,4)$   $A(3,3)$   $B(7,8)$   $A(-2,4)$   $B(1,4)$

Esercizio n° 44 Inserire nella riga di Input

$A = (1,2)$

$r = 4$

$\text{Circonferenza } [A,r]$

Creare uno slider con il valore r nella Finestra Algebra (Intervallo da 1 a 10, Incremento 1) e, agendo sullo stesso, cambiare le dimensioni delle circonferenze.

Esercizio n° 45 Realizzare, usando gli slider, una circonferenza con centro e raggio variabile:

$A = (1,3)$  e raggio = 4     $A = (-1,2)$  e raggio = 5     $A = (3,3)$  e raggio = 8

Esercizio n° 46 Disegno della retta:

Inserire nella riga di Input

$A = (1,2)$

$B = (4,5)$

$G = \text{retta } [A,B]$

Disegnare le rette passanti per i punti indicati:

$A = (-1,-2)$   $B = (2,5)$      $A = (-3,4)$   $B = (3,-3)$      $A = (1,-5)$   $B = (-2,6)$

Esercizio n° 47 Disegno della parallela/perpendicolare ad una retta passante per un punto :

Inserire nella riga di Input

$A = (1,2)$

$g : x-y=4$

$\text{Retta } [A, g]$

Si ottiene la parallela alla retta data.

Esercizio n° 48 Inserire nella riga di Input

$A = (1,2)$

$g : x-y=4$

$\text{Perpendicolare } [A, g]$

Si ottiene la perpendicolare alla retta data.

Esercizio n° 49 Disegnare la parallela alla retta assegnata, passante per il punto indicato:

$x - 2y = 3$  A(2,-2)     $3x - y = 1$  A(2,4)     $4x - 2y = 7$  A(1,-2)

Disegnare la perpendicolare alla retta assegnata, passante per il punto indicato:

$x - 4y = 3$  A(2,2)     $3x - 5y = 10$  A(-2,4)     $4x - 4y = 5$  A(1,3)

Esercizio n° 50 Determinazione del baricentro di un triangolo:

Inserire nella riga di Input

A = (-2,1)

B = (5,0)

C = (0,5)

Poligono[A, B, C]

Ma = Puntomedio [B,C]

Mb = Puntomedio [A,C]

Sa = Retta [A, Ma]

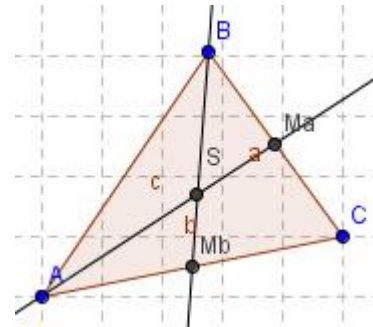
Sb = Retta [B, Mb]

S = Intersezione [Sa,Sb]

Ripetere determinando il baricentro tra le seguenti terne di punti:

A = (2,2) B = (7,-1) C = (4,7)

A = (-2,2) B = (9,-2) C = (3,10)



Esercizio n° 51 Determinazione della circonferenza circoscritta ad un triangolo:

Inserire nella riga di Input

A = (2,5)

B = (8,2)

C = (1,1)

Poligono[A, B, C]

Ra = Assesegmento [A,C]

Rb = Assesegmento [A,B]

I = Intersezione [Ra,Rb]

r = Segmento [I, A]

K = Circonferenza [I, r]

Determinare la circonferenza circoscritta al un triangolo di vertici:

A(1,1) B(8,-2) C(3,7)

A(3,1) B(9,-3) C(4,9)

Esercizio n° 52 Disegno di poligoni regolari: pentagono

Individuare due punti A e B, la cui distanza rappresenta il raggio del cerchio circoscritto al poligono.

Inserire nella riga di Input:

A = (6,2)

B = (12,2)

$a=72^\circ$  (per fare un pentagono)

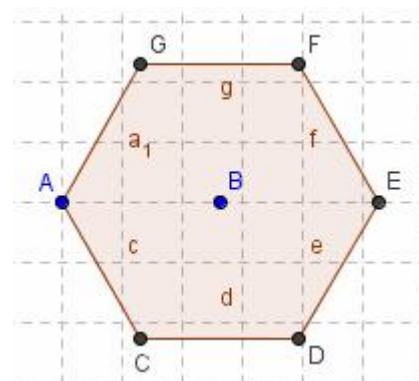
C = ruota [A,a,B]

D = ruota [A,2a,B]

E = ruota [A,3a,B]

F = ruota [A,4a,B]

G = Poligono [A, C, D, E, F]



Esercizio n° 53 Disegno di poligoni regolari: esagono

Inserire nella riga di Input:

A = (6,2)



$$B = (12,2)$$

$$a=60^\circ$$

C = ruota [A,a,B]

D = ruota [A,2a,B]

E = ruota [A,3a,B]

F = ruota [A,4a,B]

G = ruota[A,5a,B]

H = Poligono [A, C, D, E, F, G]

Esercizio n° 54 Disegnare un ottagono ed un decagono.

Quali saranno i rispettivi angoli di rotazione?

### Intersezioni nel piano cartesiano

Esercizio n° 55 Intersezione tra due rette:

Inserire nella riga di Input

$$g : 2x - y - 3 = 0$$

$$h : x - y - 1 = 0$$

S= Intersezione [g,h]

Trovare le intersezioni tra le coppie di rette indicate:

$$3x - y + 5 = 0 \quad e \quad 2x - y + 7 = 0 \qquad 4x - y - 3 = 0 \quad e \quad 2x - y + 1 = 0$$

Esercizio n° 56 Intersezione retta- circonferenza:

Inserire nella riga di Input

$$A = (1,2)$$

$$r = 10$$

C = Circonferenza [A,r]

$$g : x - y - 2 = 0$$

S = Intersezione [C, g]

Dove A è il centro della circonferenza ed r il suo raggio.

Trovare le intersezioni tra la circonferenza di centro e raggio indicati e la retta:

$$A(1,1) \quad r = 6 \quad x - y + 1 = 0 \qquad A(2,2) \quad r = 5 \quad y + 6x - 8 = 0$$

Esercizio n° 57 Intersezione retta- circonferenza:

Inserire nella riga di Input

$$C : x^2 + y^2 = 25$$

$$g : x - y + 4 = 0$$

S= Intersezione [C,g]

Trovare le intersezioni tra retta e circonferenza:

$$x^2 + y^2 = 4 \quad x + y + 3 = 0 \qquad x^2 + y^2 = 9 \quad x - y + 5 = 0$$

Esercizio n° 58 Intersezione retta- parabola:

Inserire nella riga di Input

$$P : x^2 - 4x + 3 = y$$

$$r : x - y - 2 = 0$$

S= Intersezione [P,r]

Trovare le intersezioni tra retta e parabola :

$$y = x^2 - 4x \quad y = x - 4$$

$$y = x^2 - 9 \quad y = 5x - 3$$

Esercizio n° 59 Intersezione retta- ellisse:

Inserire nella riga di Input

$$E : 9x^2 + 16y^2 = 144$$

$$g : x - y + 1 = 0$$

S = Intersezione [E,g]

Trovare le intersezioni tra ellisse e retta:

$$16x^2 + 9y^2 = 144 \quad x - 2y = 4$$

$$4x^2 + y^2 = 16 \quad x + y = 2$$

## I simetrie

Esercizio n° 60 Simmetria assiale:

Inserire nella riga di Input

$$A = (1,1)$$

$$B = (6,4)$$

$$C = (3,6)$$

$$D = (8,0)$$

$$E = (10,3)$$

r = retta [D,E]

P = Poligono [A, B, C]

Q = Simmetrico [P, r]

Dopo aver disegnato su foglio quadrettato un triangolo ed aver segnato le coordinate di ciascun vertice, e due punti dai quali passa una retta, realizzare la simmetria assiale del triangolo rispetto alla retta.

Ripetere per un quadrilatero qualsiasi.

Esercizio n° 61 Traslazione:

Inserire nella riga di Input

$$A = (2,1)$$

$$B = (4,-2)$$

$$C = (3,5)$$

P = Poligono [A, B, C]

$$D = (1,8)$$

$$E = (3,12)$$

Vettore [D,E]

Trasla [P,u]

Dopo aver disegnato su foglio quadrettato un triangolo ed aver segnato le coordinate di ciascun vertice, e due punti (estremi del vettore) realizzare la traslazione del triangolo.

Ripetere per un quadrilatero qualsiasi.

Esercizio n° 62 Simmetria centrale:

Inserire nella riga di Input

$$A = (2,1)$$

$$B = (6,-2)$$

$$C = (4,5)$$

P = Poligono [A, B, C]

$$D = (8,2)$$

Simmetrico [P,D]

Dopo aver disegnato su foglio quadrettato un triangolo ed aver segnato le coordinate di ciascun vertice ed un punto che rappresenta il centro della simmetria, realizzare la simmetria del triangolo. Ripetere per un quadrilatero qualsiasi.

Esercizio n° 63 Rotazione:

Inserire nella riga di Input

$$A = (2,1)$$

$$B = (6,-2)$$

$$C = (4,5)$$

P = Poligono [A, B, C]

$$D = (8,2)$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Ruota [P,  $\alpha$ , D]

(la rotazione avviene in senso antiorario)

Creare con  $\alpha$  uno slider e cambiare il valore dell'angolo.

Dopo aver disegnato su foglio quadrettato un triangolo ed aver segnato le coordinate di ciascun vertice ed un punto centro della simmetria, realizzare la simmetria del triangolo con angolo di  $120^\circ$ .

Ripetere per un quadrilatero qualsiasi ed angolo a piacere.

Esercizio n° 64 Antitraslazione:

Inserire nella riga di Input

$$A = (1,2)$$

$$B = (4,1)$$

$$C = (3,5)$$

P = Poligono [A, B, C]

$$D = (1, 7)$$

$$E = (1, 12)$$

Vettore [D, E]

$$d : x-8 = 0$$

Simmetrico [P,d]

Trasla [P', u]

Dopo aver disegnato su foglio quadrettato un triangolo ed aver segnato le coordinate di ciascun vertice, due punti D ed E (estremi del vettore) ed una retta parallela all'asse delle y, realizzare l'antitraslazione del triangolo. Ripetere per un quadrilatero qualsiasi.

## Animazioni

Esercizio n° 65 Inserire nella riga di Input

$$k = 1$$

$$P = (2k, k)$$

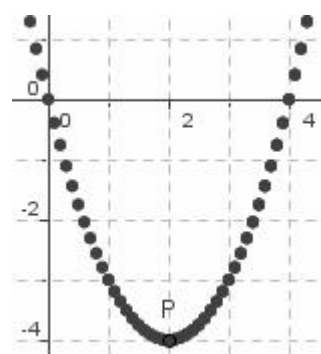
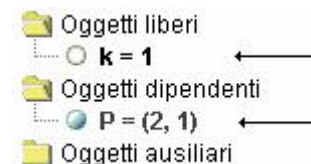
Cliccare, nella finestra Algebra, su P col tasto destro e scegliere Traccia on. Cliccare, con lo strumento Muovi, su  $k=1$  e poi premere il tasto + o - della tastiera. Il Punto P si muove lasciando traccia del percorso.

Esercizio n° 66 Inserire nella riga di Input

$$k = 1$$

$$P = (k, k^2-2k)$$

Cliccare, nella finestra Algebra, su P col tasto destro e scegliere Traccia on. Cliccare, con lo strumento Muovi, su  $k=1$  e poi premere il



tasto + o - della tastiera. Il Punto P si muove lasciando traccia del percorso

Inserire i dati per disegnare le seguenti parabole:

$$y = x^2 - 4x$$

$$y = x^2 - 5x + 6$$

$$y = x^2 - 2x - 8$$

Esercizio n° 67 Inserire nella riga di Input i dati per rappresentare graficamente le seguenti parabole cubiche:

$$y = x^3$$

$$y = x^3 - 6$$

$$y = x^3 + 1$$

Esercizio n° 68 Inserire nella riga di Input

$$k = 1$$

$$P = (k, \sqrt{4 - k^2})$$

$$Q = (k, -\sqrt{4 - k^2})$$

Impostare per k un intervallo da -4 a 4 con incremento di 0,05

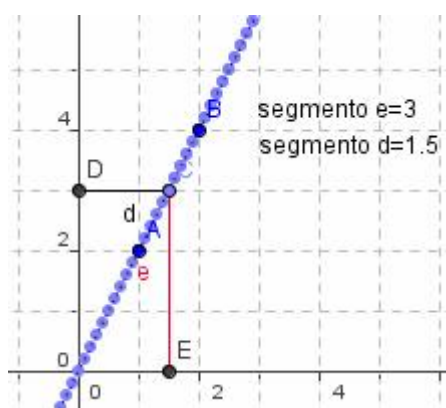
Nella finestra Algebra impostare i punti P e Q su Traccia on, cliccare su k=1 e muovere i punti col + e - della tastiera.

Provare cambiando i valori, come ad esempio  $25 - k^2$ , con intervallo da -5 a 5...

### Luoghi geometrici:

Esercizio n° 69 La retta:

Disegnare sugli assi i punti A(1,2) e B(2,4) e tracciare la retta passante per due punti digitando nella riga di Input Retta [A,B]. Cliccare sulla stessa col tasto destro, scegliere Proprietà Stile tratto Tratteggiato. Prendere quindi sulla retta un punto C e

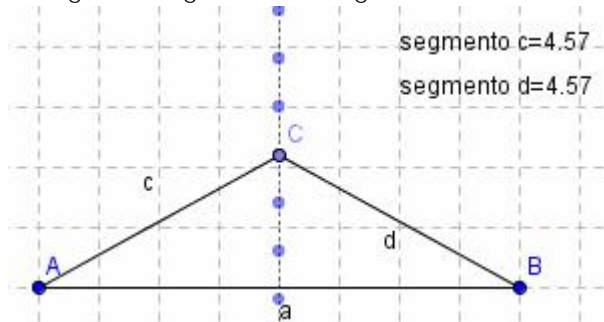


tracciare le perpendicolari agli assi cartesiani, individuando le intersezioni D ed E. Ripassare i segmenti CD e CE (colorarlo di rosso) e nascondere le rette. Con lo strumento testo digitare "Segmento d=" +d e "Segmento e=" +e. Cliccare col tasto destro sul punto C nella finestra Algebra e scegliere Traccia on, poi cliccarci di nuovo col tasto sinistro per selezionarlo e agire sul + e - per spostare C. Come è il segmento CE rispetto a CD? Quale luogo è stato disegnato?

Esercizio n° 70: disegnando prima su carta quadrettata, tracciare il luogo dei punti la cui ordinata è tripla dell'ascissa e il luogo dei punti la cui ordinata è quadrupla dell'ascissa.

Esercizio n° 71 Asse del segmento:

Disegnare sugli assi un segmento AB orizzontale poi nella riga di Input digitare Assesegmento

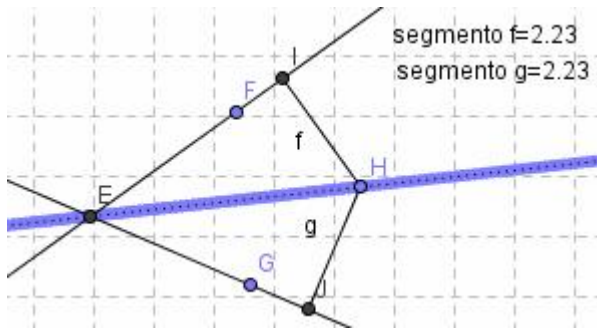


[A,B]. Tratteggiare l'asse e prendere sullo stesso un punto C, tracciando i segmenti AC e BC. Digitare con lo strumento testo "Segmento c=" +c e "Segmento d=" +d. Cliccare col tasto destro su C nella finestra algebra e scegliere Traccia on. Selezionarlo di nuovo e muovere il punto C attraverso i tasti + e -. Come rimangono i segmenti AC e BC?

Esercizio n° 72: ripetere la stessa procedura scegliendo un altro punto D.

Esercizio n° 73: Bisettrice di un angolo:

Disegnare due rette passanti per A e B e per C e D e individuare la loro intersezione E. Prendere



quindi su ciascuna retta i punti F e G e tracciare la bisettrice digitando nella riga di Input Bisettrice [F,E,G]. Tratteggiarla, prendere su di essa un punto H e disegnare le rette perpendicolari ai lati dell'angolo uscenti da H. Determinare i punti di incontro I e J e ripassare i segmenti HI e HJ, nascondendo le rette. Digitare quindi nella riga di Input "Segmento f=" +f e "Segmento g=" +g. Tracciare H, selezionarlo e spostarlo con i tasti + e -. Come risultano i segmenti HI e HJ?

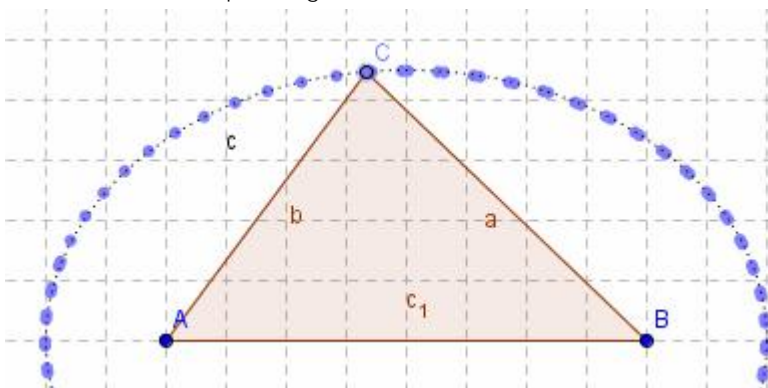
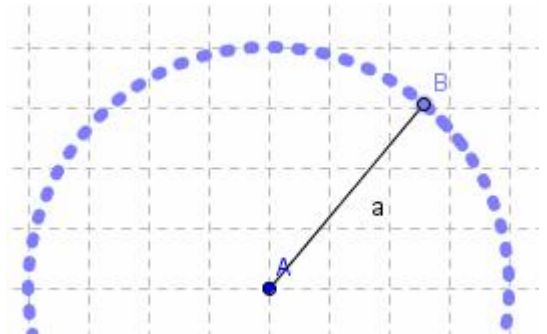
Esercizio n° 74 Circonferenza:

Prendere un punto A a piacere poi scegliere da I c3 Segmento di data lunghezza da un punto e nella finestra che si apre digitare il valore 5. Cliccare sul punto B col tasto destro e scegliere Traccia on, poi selezionarlo e muoverlo con i tasti + e -.

Ripetere con una circonferenza di raggio 3.

Esercizio n° 75 Ellisse:

Disegnare il segmento orizzontale AB lungo 7 quadretti e nella barra Input digitare:



k=6

Ellisse[A,B,a].

Dove a rappresenta la distanza tra i due fuochi.

Con lo strumento testo scrivere "Segmento a=" + a "Segmento b=" + b "Somma segmenti a e b=" +(a + b).

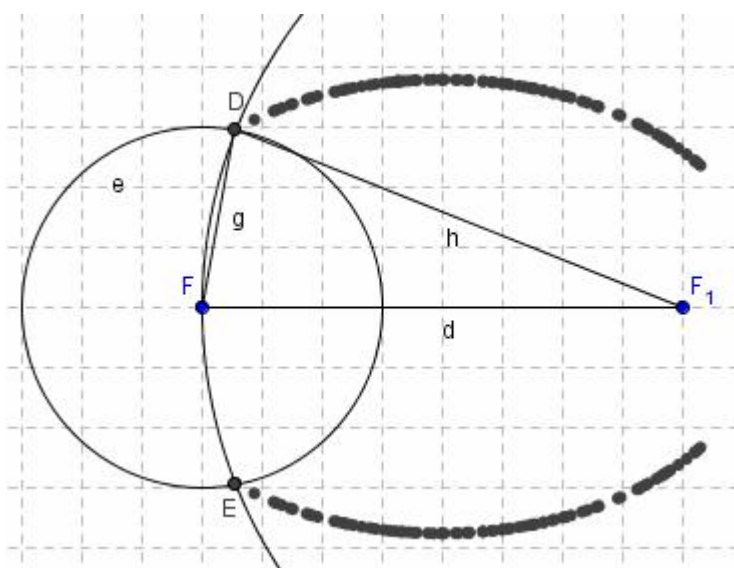
Prendere sull'ellisse un punto C a piacere e disegnare il triangolo ABC.

Tratteggiare l'ellisse, poi cliccare su C e

scegliere Traccia on, selezionarlo e spostarlo usando i tasti + e -. Cosa accade alle misure dei segmenti?

Ripetere usando k=8 e AB= 10

Esercizio n° 76 disegno dell'ellisse (metodo del giardiniere):



Disegnare un segmento AB orizzontale di 11 quadretti prendere su di esso il punto C.

Tracciare i segmenti AC (b) e CB (c).

Tracciare un segmento orizzontale lungo 8 quadretti cliccare su D e su E col tasto

destro e scegliere Rinomina mettendo le lettere F ed F<sub>1</sub> (digitare F\_1) cliccando poi su Applica. Con lo strumento I c5

circonferenza dati centro e raggio, cliccare in F e digitare b nella finestra che si apre,

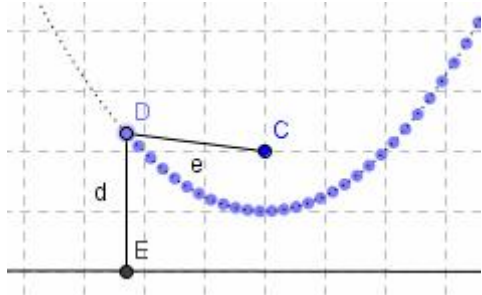
poi cliccare su F<sub>1</sub> e digitare c nella finestra che si apre. Individuare le intersezioni D ed

E tra le due circonferenze, cliccare su D col

tasto destro e scegliere Traccia on, ripetere con E. Cliccare col tasto destro su C e scegliere Proprietà Incremento 0,01 cliccando infine su Applica. Selezionare il punto C sul segmento AB e spostarlo dai tasti + e - della tastiera. Tracciare i segmenti DF (g) e DF<sub>1</sub> (h) e con lo strumento testo calcolare la misura di ciascuno e la loro somma. Cosa si può dedurre?

Esercizio n° 77 Parabola:

Disegnare una retta passante per due punti A e B orizzontale e prendere al di sopra di essa il punto C. Nella riga di Input digitare Parabola [C,a] poi tratteggiarla e prendere sulla stessa un punto D,



tracciando per esso la perpendicolare alla retta AB, individuando l'intersezione E. Ripassare DE con lo strumento segmento e cancellare la retta. Tracciare quindi il segmento DC. Con lo strumento testo scrivere "Segmento e=" + e "Segmento d=" + d. Cliccare col tasto destro su D e scegliere Traccia on quindi selezionarlo e spostarlo con i tasti + e -. Cosa accade ai segmenti e, d? Ripetere con un'altra retta AB ed un punto C a piacere.

Esercizio n° 78 Iperbole:

Disegnare il segmento orizzontale AB lungo 12 quadretti. Inserire nella riga di Input: k=5

Iperbole [A,B,k]

Tratteggiare la curva e sul ramo sinistro dell'iperbole prendere il punto C e tracciare i segmenti AC e CB, Ripetere prendendo un punto D sul ramo destro e tracciare i segmenti DA e DB, colorandoli di rosso. Cliccare su C e scegliere Traccia on, ripetere con D. Selezionare C e D nella finestra algebra (tenendo premuto CTRL) e sposterli usando i tasti + e -.

Ripetere con k= 8 ed AB orizzontale e lungo 20.

